

一种基于去均值的加速收敛的分形压缩算法

张颖

余英林

(广东省邮电管理局拓展办, 广东 510081) (广州华南理工大学电子与通信工程, 广东 510641)

摘要 通过研究传统分形压缩算法中解码迭代过程的收敛性问题, 提出了一种新的基于去均值的加速收敛的分形压缩算法, 理论分析和实验证明新算法的解码迭代次数要大大少于传统分形压缩算法, 并且具有运算复杂度相对降低, 恢复图象的 PSNR 提高等优点。进一步地, 我们将新算法结合到自适应四叉树分割的结构中, 在压缩比和图象质量之间取得较好的折衷, 实验结果优于相同条件下的传统分形压缩算法。

关键词 图象压缩, 分形压缩, 四叉树分割, 收敛

1 传统分形压缩算法及存在问题

分形图象压缩^[1~4]无论在压缩理论上还是具体实现上都是一种完全不同于传统图象压缩方法的崭新的图象编码方法, 由于它通过迭代函数系统 IFS 成功地利用了图象中存在的自相似特征, 能够获得潜在的高压缩比, 并且具有解码快速等优点, 因而受到研究者的广泛重视, 并逐渐成为图象编码研究领域的一个热点。然而由于分形压缩的研究尚处于发展阶段, 仍存在着许多理论上和具体实现上的问题^[5]。本文的研究重点则研究分形解码的迭代收敛性问题, 并探讨如何加速这一过程。

我们知道, 分形解码通常只需 10 次左右的迭代过程就可以完成, 非常快速, 然而对于一些实际应用如软件解码等, 仍然希望迭代次数越少越好, 也就是收敛越快越好, 这样可以进一步加快解码速度。另外, 分形解码的初始图象是随机的, 开始几次迭代恢复的图象质量相当低劣。而在某些应用场合, 由于带宽的限制, 希望先看到粗略的传送图象, 如果确定正是感兴趣的内容才进一步下载其它的参数或细节以渐渐得到完整的原始图象, 即所谓的逐步浮现的解码恢复; 否则就中止传送, 免得浪费资源。但是, 传统的分形压缩解码必须先接收所有分形码, 再进行反

复迭代多次才能知道图象内容, 它很难满足逐步浮现的系统要求。

在图象编码方面, 当图象块尺寸较小时, 通常会用它的均值来作为整个块的近似, 而对逼近误差进行进一步的编码, 图象块的灰度均值就被用来重构初始解码图象, 它通常能够较好地反映原始图象的概貌, 如果进一步添加细节变化, 就会得到越来越清晰的恢复图象, 从而符合逐步浮现的要求。基于此, 我们提出了基于去均值的方法来加速分形解码过程。

2 基于去均值的快速收敛的分形压缩

我们以固定方块大小分割的分形压缩为例, 来阐述这一新的分形压缩算法和推导它与传统分形压缩算法之间的联系, 并给出相应的结论和实验结果。

2.1 编码/解码过程

如图 1 所示, 编码过程可以归纳如下:

(1) 图象分割: 将原始图象分割成互不相交的大小为 $N \times N$ 的方块 R ;

(2) 建立搜索域: 象传统分形压缩那样截取 $2N \times 2N$ 匹配块 D 构成搜索空间, 水平和垂直方向的搜索步长分别为 Δh 和 Δv ;

• 本文工作受到国家自然科学基金资助, 批准号为 69772026, 同时, 也受到广东省科学基金资助, No970484。

收稿日期: 1997-05-30; 收到修改稿日期: 1997-10-05

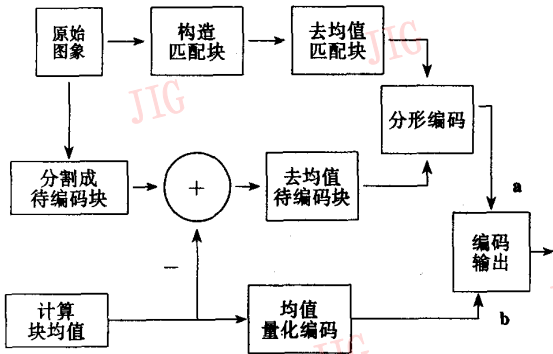


图 1 基于去均值的加速收敛的分形编码框图

Fig. 1 Block diagram of the mean-residual fractal image encoder

(3) 去均值:所有的待编码块 R 和匹配块 D 中的象素灰度均减去方块灰度均值得到 R_q 和 D_q (考虑匹配块 D 与 R 大小相同), 设 $R(i, j), D(i, j)$ 表示灰度值, 那么

$$R_q(i, j) = R(i, j) - \bar{R}, \bar{R} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} R(i, j)$$

$$D_q(i, j) = D(i, j) - \bar{D}, \bar{D} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} D(i, j)$$

(1)

(4) 均值量化编码: 将所有均值 \bar{R} 量化编码后作为系统编码输出的一部分;

(5) 寻找匹配块: 对于每一个 R_q , 通过相应的仿射变换 $w_q: R_q \leftarrow w_q(D_q)$ 搜索误差最小的匹配块 D_q , 并将优化得到的仿射变换参数量化保存作为系统编码输出的另一部分。

与传统分形压缩方法一样, 这里的仿射变换 w_q 可以统一用下式表示:

$$w_q \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & s_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ 0_q \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $a, b, c, d, \Delta x, \Delta y, s_q$ 和 0_q 均是变换系数。 w_q 可以拆分为 3 个不同的组成部分, 几何变换及对称旋转变换与传统的分形压缩^[1~4]相同, 然而由于图象块的均值为零, 所采用的灰度变换 M 就有所变化了。它仍然可用下式表示:

$$M(D_q) = s_q \cdot D_q + o_q \quad (3)$$

通常我们采用均方误差 MSE 作为匹配误差的测度, 这样有下面的结论:

定理 1 灰度变换式(3)中的偏移因子 o_q 为零, 即灰度变换形式变为 $M(D_q) = s_q \cdot D_q$ 。

证明: 首先考虑传统分形压缩时的灰度变换即式(3)为 $M(D) = s \cdot D + o$, 这时的匹配误差为

$$d(R, w(D)) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (R(i, j) - (sD(i, j) + o))^2 \quad (4)$$

容易求得当式(4)所表示的匹配误差为最小时, 灰度变换因子 s 和 o 取值分别为

$$s = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (R(i, j) \cdot D(i, j)) - N^2 \cdot \bar{R} \cdot \bar{D}}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (D(i, j))^2 - N^2 \cdot \bar{D}^2}$$

(5)

$$o = \bar{R} - s \cdot \bar{D}$$

那么类似地, 对于式(3)表示的去均值后的灰度变换, 其匹配误差最小时的 s 和 o 取值也可由式(5)得到, 注意图象块 R_q 和 D_q 的均值为 $\bar{R}_q = 0$ 及 $\bar{D}_q = 0$, 即有:

$$s_q = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (R_q(i, j) \cdot D_q(i, j))}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} (D_q(i, j))^2} \quad (6)$$

故灰度变换形式变为 $M(D_q) = s_q \cdot D_q$ 。 **证毕。**

显然, 这时的灰度变换过程得到了简化, 对比式(5), 灰度变换因子的优化求解式(6)也降低了运算量。进一步地, 由定理 1 我们还可以得到以下推论(证明略)。

推论 1 对于仿射变换 $w: R \leftarrow w(D)$, 如果灰度变换表示为 $M(D) = s \cdot D + o$, 它对应的去均值后的仿射变换为 $w_q: R_q \leftarrow w_q(D_q)$, 并且 $M(D_q) = s_q \cdot D_q$, 那么有 $s_q = s$ 。

推论 2 $d(R_q, w_q(D_q)) = d(R, w(D))$ 。

推论 3 如果 $d(R, w(D)) = \min$, 那么 $d(R_q, w_q(D_q)) = \min$ 。

归纳以上的结论, 即对于待编码块 R , 其去均值后的 R_q 的匹配块恰好是 R 的匹配块 D 的去均值块; 并且灰度变换的尺度因子相同, 但偏移因子不同。对于去均值的分形编码, 需要记录的分形码改变为 $A, \Delta x, \Delta y, s_q$ 和 \bar{R} , 前面的 4 个参数没有变化, 只是原先的偏移因子 o 换成了 \bar{R} 。这样的改变对于解码却有了特殊的意义。解码过程如图 2, 这时解码的初始图象不再是任意的图象, 而是由各编码块 R 的均值 \bar{R} 构成的原图的概貌, 然后随着迭代次数的增加, 而逐步浮现出越来越清晰的恢复图象。

2.2 实验结果与分析讨论

实验测试图象为 256×256 “Lenna”, 采用 4×4

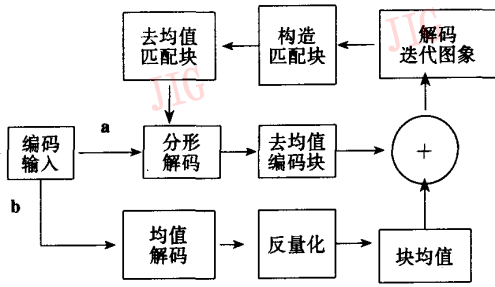


图 2 基于均值的加速收敛的分形解码框图

Fig. 2 Block diagram of the mean-residual fractal image decoder

和 8×8 的固定方块大小分割,通过调整搜索步长组建不同的搜索空间来编码,解码时的迭代次数均为 10 次,图 3 给出了每次迭代后恢复图象的 PSNR 变化情况,其中虚线表示的是传统分形压缩的解码收敛过程,实线表示相同条件下的基于去均值的分形压缩的解码收敛过程。

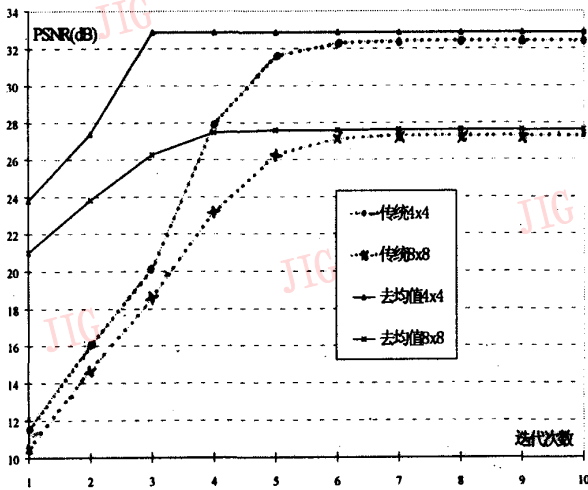


图 3 分形解码迭代过程的收敛

Fig. 3 The convergence of iteration in fractal decoding

可以发现,对于去均值型分形压缩,迭代过程只需 3~5 次就可收敛,而传统的分形压缩则需要 7~9 次才能收敛,可见收敛过程加快。表 1 给出了恢复图象的 PSNR 值,显然去均值型的分形压缩能够在相同的实验条件下获得相对较高的 PSNR 值(高约 0.2~0.4 dB)。

那么为什么迭代次数减少,收敛速度加快了?这可以从分形压缩迭代过程的误差估计给出解释^[5]。对于分形图象编码而言,如果 I 和 I_0 分别表示原始图象和迭代初始图象, W 表示压缩映射即迭代函数系统 IFS,那么 n 次迭代后恢复图象 $W^n(I_0)$

表 1 固定方块大小分割的分形压缩实验结果比较

Table 1 Performance comparisons of fractal coding with fixed partition

| 编码块大小 | $\Delta h, \Delta v$ | 比特率 (bpp) | 传统分形压缩 PSNR (dB) | 去均值分形压缩 PSNR (dB) |
|-------|----------------------|-----------|------------------|-------------------|
| 4×4 | 2 | 1.812 | 33.26 | 33.70 |
| | 4 | 1.687 | 32.44 | 32.88 |
| 8×8 | 4 | 0.422 | 27.30 | 27.60 |
| | 8 | 0.390 | 26.86 | 27.07 |

与 I 之间的误差即为:

$$d(I, W^n(I_0)) \leq \frac{1}{1-s} d(I, W(I)) + s^n d(I, I_0) \quad (7)$$

s 为常数,通常为了保证迭代过程收敛取 $0 < s < 1$ 。上式中 $d(I, W(I))$ 为定值,对于去均值型分形压缩而言,与传统分形压缩算法相比,其初始图象不再是随机的,而与原始图象比较贴近,因而误差较小,那么经过有限步迭代如 n 次,由式(7)计算出的误差 $d(I, W^n(I_0))$ 就相对而言比较小,也就是说,它只需较少的迭代次数就能够使解码误差控制在给定的误差范围内,而传统的分形压缩由于 $d(I, I_0)$ 较大,则需要更多次的迭代才能满足同样的误差要求。因此,去均值型的分形压缩迭代次数相对减少,收敛速度加快。

3 基于去均值的四叉树分割的分形压缩

从表 1 可以发现,由于只采用了固定块大小分割的分形压缩,不同内容的图象区域被简单地分割成相同大小的图象块和用同样多的比特位来进行编码,这就很难在图象的压缩比和图象质量之间取得较好的折衷。为此,我们进一步提出基于去均值的四叉树分割的分形压缩算法。

3.1 四叉树分割

和二叉树一样,四叉树也是一种数据结构的表现方法,如图 4 所示,上一级的一个节点与下一级的 4 个子节点对应,所有节点就构成层层迭迭的树状结构,成为一种有效地数据组织方式,并且作为一种自适应的图象分割方法在变长方块编码^[6,7]中得到广泛应用,特别是与矢量量化^[8]相结合,取得良好的编码效果。Jacquin^[1,2]和 Fisher^[3]将四叉树分割引入了分形编码,其目的是将编码误差较小的图象部分用较大的方块来表示,并用较少的比特来编码,而那

些编码误差较大的方块则被分割成 4 个同样大小的子块来单独编码,并分配较多的比特.图 4 给出一个

三级 4 叉树分割的例子,每个大块都可以分割成四个较小的子块,直到不能再进行分割时为止。

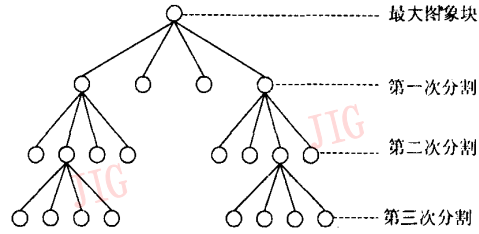
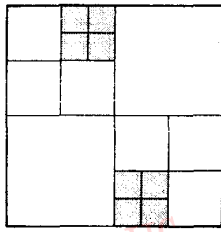


图 4 四叉树分割示意图

Fig. 4 A 3-level quadtree partition

3.2 结合四叉树分割的去均值分形压缩

基于四叉树分割的分形压缩的具体做法如下:原始图象被分割成互不交叠的图象块 R , 例如大小为 16×16 , 原图中所有可相互交叠的大小为 32×32 的匹配块 D 构成了搜索域。然后对每一个 16×16 的图象块 R 进行分形编码,也就是从搜索域内寻找最佳匹配块 D , 使它经过合适的仿射变换 w 后以最小的误差 $d(R, w(D))$ 逼近 R 。如果在预先给定的误差门限 T 时, $d(R, w(D)) \leq T$, 那么认为 R 被成功地分形编码;相反,如果 $d(R, w(D)) > T$, 就把 R 分裂成 4 个大小均为 8×8 的子方块, 其中每一子块均与其父块一样单独进行分形编码以降低整个图象块 R 的编码误差, 注意这时的匹配块大小为 16×16 。如果子块的分形编码误差仍然很大, 那么就将上述的四叉树分割过程递归地执行下去, 直到每一次分割后的子块都已在给定的误差范围内成功地编码, 或是子块尺度等于最小允许分割的方块尺度, 而不能再次分割, 这时寻找误差最小的匹配块, 而不管匹配误差是否在误差门限以内。我们很容易将去均值型分形压缩与自适应四叉树分割结合起来, 只要对每个父块或其子块都进行相应的去均值操作后再进行相应的分形编码就可以了。在此不再赘述, 请参看图 1 和图 2 所示的编码/解码框图。

3.3 实验结果与比较

实验测试图象为 512×512 的“Lenna”, 256 级灰度, 实验平台是 CYRIX 6X86 166+, 最大方块为 32×32 , 最小子块为 8×8 , 即 2 级四叉树分割。搜索步长取为编码块边长的一半, 搜索域为 $[-8\Delta h, +7\Delta h] \times [-8\Delta v, +7\Delta v]$ 。图 5 给出了原图和恢复图



(a) (b)

图 5 基于去均值的四叉树分割的分形压缩恢复图象 (a) 512 (512“Lenna”原图 (b) 恢复图象, 压缩比 49.97:1, PSNR=28.98dB

Fig. 5 The reconstructed image of the mean-residual fractal coding with quadtree partition (a) Original 512 × 512 “Lenna” (b) Decoded image, compression ratio = 49.97 : 1, PSNR = 28.98dB

象, 在压缩比为 49.97 : 1 时, 恢复图象的 PSNR 为 28.98dB, 图象的主观质量也是比较令人满意的。可见, 根据图象不同区域的内容, 自适应的决定待编码图象块的大小并动态调节比特位的分配, 就能够在压缩比和图象质量之间获得较好的折衷。另外, 为了与去均值的四叉树分割的分形压缩作比较, 我们在表 2 中还给出相同实验条件下采用传统分形压缩算法的编码结果。可见基于去均值的新方法取得了相对更高的压缩比和 PSNR, 并且值得注意的是编码时间大大减小。

表 2 基于四叉树分割的分形编码结果
Table 2 Fractal coding results based on quadtree partition

| 分形压缩算法 | 编码时间(s) | 压缩比 | PSNR (dB) |
|--------|---------|-----------|-----------|
| 传统方法 | 932 | 48.22 : 1 | 28.80 |
| 去均值方法 | 580 | 49.97 : 1 | 28.98 |

4 结 论

本文提出了一种基于去均值的分形压缩新算法,数学推导揭示了它与传统分形压缩算法之间的内在联系,并从理论上分析了新算法可以在较少的迭代次数下获得收敛的恢复图象,从而加速了解码过程。实验结果与理论分析相当吻合,迭代次数减少为传统分形压缩算法的一半左右,但恢复图象的PSNR却略优,同时编码复杂度减小。进一步地,我们将自适应二叉树分割引入到新算法当中,在高压缩比的同时获得较好的恢复图象质量。此外,实验结果比较还表明新算法在衡量图象压缩方法性能的重要指标如压缩比、编码时间和恢复图象的PSNR、解码复杂度等方面均优于相同实验条件下的传统分形压缩的编码结果,因此基于去均值的快速收敛的分形压缩新算法完全可以代替传统分形压缩方法,它还适合于逐步浮现的图象压缩系统的要求。



张颖,1997年6月从华南理工大学通信与电子系统专业博士毕业,主要研究方向为图象编码,现在广东省邮电管理局拓展办工作。



余英林,男,1932年,华南理工大学电子与通信工程系教授,博士生导师。主要从事图象处理,信息处理,模式识别工作。发表专著2本,论文约几十篇。

参 考 文 献

- 1 Jacquin A. A Fractal Theory of Iterated Markov Operators with Applications to Digital Image Coding, PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 1989.
- 2 Jacquin A. A novel fractal block-coding technique for digital images proc. ICASSP 1990, 2225~2228.
- 3 Fisher Y. Fractal Image Compression—Theory and Applications to Digital Images, Springer-Verlag, 1994.
- 4 Barnsley M F, Hurd L P. Fractal Image Compression, AK Peters, Ltd., 1992.
- 5 张颖. 静止和运动图象压缩新方法研究——分形、小波及其混合编码[博士学位论文]. 华南理工大学, 1997.
- 6 Vaisey J, Gersho A. Image Compression with Variable Block Size Segmentation. IEEE Trans. on Signal processing, 1992, 40(8):2040~2060.
- 7 Shusterman E, Feder M. Image Compression Via Improved Quadtree Decomposition Algorithms. IEEE Trans. on Image Processing, 1994, 3(2):207~215.
- 8 Gersho A, Gray M. Vector Quantization and Signal Compression, Kluwer Academic Publishers. 1991.

A New Mean-Residual Fractal Image Coding With Fast Decoding

Zhang Ying

Yu Yinglin

(Guangdong Posts & Telecommunications Administration, 510081)

(Dept. of EE, South China University of Technology, 510641)

Abstract A new mean-residual fractal image coding algorithm with fast decoding is proposed in this paper. Theoretical analysis and experimental tests have shown that the iteration times in decoding process are reduced significantly with an improved PSNR value. In addition, the proposed new method is further combined with adaptive quadtree partition to obtain a good trade-off between compression ratio and image quality. Superior coding performance is confirmed by simulation tests as compared to the conventional fractal coding.

Keywords Image compression, Fractal coding, Quadtree partition, Convergence